

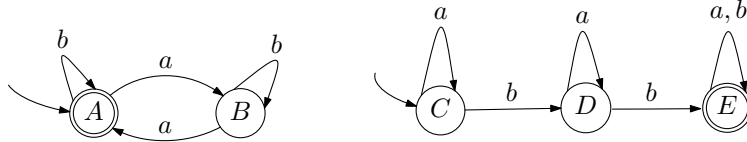
1. zadatak

Konstruirati DKA koji prepoznaje jezik

$$L = \{w \in (a+b)^* : |w|_a \text{ je paran, } |w|_b \geq 2\}$$

Rješenje:

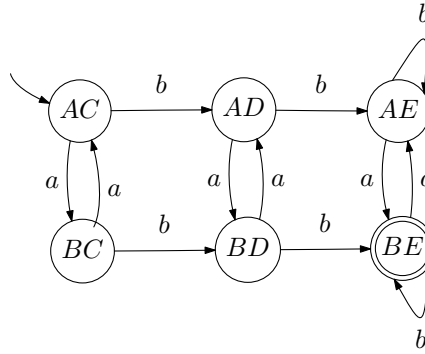
Stavimo $L_1 = \{w \in (a+b)^* : |w|_a \text{ je paran}\}$ i $L_2 = \{w \in (a+b)^* : |w|_b \geq 2\}$.
Konstruirajmo sada automate za L_1 i L_2 :



Sada koristeći formulu prijelaza za presjek

$$\delta_L(XY, u) = \delta_{L_1}(X, u)\delta_{L_2}(Y, u), (X, Y) \in Q_{L_1} \times Q_{L_2}$$

i ostalih pravila za presjek DKA, dobivamo DKA za L :



2. zadatak

Izvesti skupovne jednadžbe i regularni izraz koji opisuje jezik L iz prethodnog zadatka.

Rješenje:

Skupovne jednadžbe su

$$AC = aBC + bAD, \quad (1)$$

$$AD = aBD + bAE, \quad (2)$$

$$AE = aBE + bAE, \quad (3)$$

$$BC = aAC + bBD, \quad (4)$$

$$BD = aAD + bBE, \quad (5)$$

$$BE = aAE + bBE + \varepsilon. \quad (6)$$

Iz (5) dobivamo $BE = b^*(AE + \varepsilon)$ i uvrštavanjem u (3) i (5) dobivamo

$$\begin{aligned} AC &= aBC + bAD, \\ AD &= aBD + bAE, \\ AE &= (ab^*a + b)AE + ab^*, \\ BC &= aAC + bBD, \\ BD &= b^*aAE + b^+. \end{aligned}$$

Daljnijim sređivanjem dobivamo

$$\begin{aligned} AC &= aaAC + ab^+a(ab^*a + b)^*ab^* + b(ab^*a + b)^+ab^* \\ &= aaAC + (ab^+a + bab^*a + bb)(ab^*a + b)^*ab^* \\ \implies AC &= (aa)^*(ab^+a + bab^*a + bb)(ab^*a + b)^*ab^*. \end{aligned}$$

3. zadatak

Dokazati jednakost regularnih izraza

$$(a^*b^+ + a^+b^*)^* = (a + b)^*$$

Rješenje: Očito je $(a^*b^+ + a^+b^*)^* \subseteq (a + b)^*$ Dalje imamo

$$a \subseteq a^+b^*, b \subseteq a^*b^+ \implies a + b \subseteq a^*b^+ + a^+b^* \implies (a + b)^* \subseteq (a^*b^+ + a^+b^*)^*$$

8. zadatak iz neoriginalnog dijela

- Jezik binarnih nizova koji sadrži podstring 001:

$$(0 + 1)^*001(0 + 1)^*$$

- Jezik binarnih nizova parne duljine sa najviše 2 uzastopne jedinice:

$$(00 + 01 + 10)^*$$

- Jezik standardnih zapisa cijelih brojeva (npr. -2, 0, 34... je ok, ali ne i -0, -, -04, 0213...)

$$(- + \varepsilon)B(A + B)^*$$

za $A = \{0\}$ i $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Pavle Crnković