

**Zadatak 1.** Da li je jezik  $L = \{w \in (a+b+c)^* \mid 3|w|_b = 5|w|_c\}$  regularan?

**Rješenje:**

Pretpostavimo da je jezik  $L$  regularan. Klasa regularnih jezika je zatvorena za presjek pa je regularan i jezik  $L \cap b^*c^* = \{b^{5k}c^{3k} \mid k \in \mathbb{N}\}$ . Označimo  $L_1 = L \cap b^*c^*$ .

Želimo opovrgnuti regularnost jezika  $L_1$ , odnosno da vrijedi Lema o pumpanju. Dakle, tvrdimo da  $\exists p \in \mathbb{N}$  takav da  $\forall w \in L_1, |w| > p, w = xyz$  pri čemu vrijedi  $\forall i > 0, xy^iz \in L_1; |y| > 0; |xy| < p$ .

Uzmimo  $w = b^{5p}c^{3p} \in L_1, w = \underbrace{b \dots b}_{5p} \underbrace{c \dots c}_{3p}$ .

Očito je  $|w| = 5p + 3p > p$ , a jer je  $|xy| < p$  to se  $y$  dio koji pumpamo može nalaziti na samo jednoj poziciji u riječi  $w$ :  $\underbrace{b \dots b}_x \underbrace{\dots bb}_y \underbrace{bc \dots c}_z$

No sada će se pumpanjem  $y$  dijela poremetiti odnos b-ova i c-ova u riječi, dakle izlazimo iz jezika  $L_1$ , odnosno Lema o pumpanju ne vrijedi i jezik nije regularan.

**Zadatak 2.** Nad abecedom  $X = \{a, b, c\}$  konstruirati PDA koji prepoznaje jezik  $L = \{w \in X^* \mid |w|_a = |w|_b + |w|_c\}$ .

**Rješenje:**

$\langle p, a, S, p, aS \rangle$	$\langle p, b, S, t, bS \rangle$
$\langle p, a, a, p, aa \rangle$	$\langle p, c, S, t, bS \rangle$
$\langle p, b, a, q, \varepsilon \rangle$	$\langle t, b, b, t, bb \rangle$
$\langle p, c, a, q, \varepsilon \rangle$	$\langle t, c, b, t, bb \rangle$
$\langle q, b, a, q, \varepsilon \rangle$	$\langle t, a, b, w, \varepsilon \rangle$
$\langle q, c, a, q, \varepsilon \rangle$	$\langle w, a, b, w, \varepsilon \rangle$
$\langle q, a, a, p, aa \rangle$	$\langle w, b, b, t, bb \rangle$
$\langle q, a, S, p, aS \rangle$	$\langle w, c, b, t, bb \rangle$
$\langle q, b, S, t, bS \rangle$	$\langle w, b, S, t, bS \rangle$
$\langle q, c, S, t, bS \rangle$	$\langle w, c, S, t, bS \rangle$
	$\langle w, a, S, p, aS \rangle$

**Zadatak 3.** Konstruirati TS koji prepoznaje jezik

$$L = \{a^{n+2}b^{m+1} \mid n \geq 0, m \geq 0\}.$$

**Rješenje:**

$(q_0, a, q_1, a, D)$

$(q_1, a, q_2, a, D)$

$(q_2, a, q_2, a, D)$

$(q_2, b, q_3, b, D)$

$(q_3, b, q_3, b, D)$

$(q_0, b, q_{NE}, b, S)$

$(q_0, \quad, q_{NE}, \quad, S)$

$(q_1, b, q_{NE}, b, S)$

$(q_1, \quad, q_{NE}, \quad, S)$

$(q_2, \quad, q_{NE}, \quad, S)$

$(q_3, a, q_{NE}, a, S)$

$(q_3, \quad, q_{DA}, \quad, S)$