

(10) **Zadatak 1.** *Da li je jezik  $L = \{a^n b^{2n} | n \geq 0\}$  regularan?*

Pomoću LOP pokazat ćemo da jezik nije regularan.

a) Pretpostavimo da je jezik  $L$  regularan. Tada postoji duljina pumpanja  $p \in \mathbb{N}$ .

b) Odaberimo  $w = a^p b^{2p}$

c) Tada  $w$  možemo podijeliti u 3 dijela:  
 $w = xyz$  tako da je  $|xy| \leq p$  i  $|y| > 0$

$$\overbrace{aa \dots aa}^p \overbrace{bb \dots bb}^{2p}$$

Zbog  $|xy| \leq p$ ,  $y$  dio se sastoji samo od  $a$ -ova. Odnosno, možemo zapisati:

$$x = a^t, t < p$$

$$y = a^k, k \leq p \text{ i } (t + k) \leq p$$

$$z = a^{(p-t-k)} b^{2p}$$

$$\text{te je tada } w = xy^i z = a^t (a^k)^i (a^{p-t-k} b^{2p})$$

d) Stavimo li  $i = 0$  imamo:  $w = a^{p-k} b^{2p}$ , što se zapravo ne nalazi u jeziku  $L$ . Jezik  $L$  nije regularan.

(10) **Zadatak 2.** *Pronađite PDA koji prepoznaje jezik*  
 $L = \{w \in (a+b)^* : |w|_a = |w|_b\}$ .

$$\langle q_0, a, S, q_0, 0S \rangle$$

$$\langle q_0, b, S, q_0, 1S \rangle$$

$$\langle q_0, a, 0, q_0, 00 \rangle$$

$$\langle q_0, b, 0, q_0, \varepsilon \rangle$$

$$\langle q_0, a, 1, q_0, \varepsilon \rangle$$

$$\langle q_0, b, 1, q_0, 11 \rangle$$

$$\langle q_0, \varepsilon, S, q_1, S \rangle$$

(10) **Zadatak 3.** *Konstruirajte Turingov stroj koji prepoznaje jezik*

$$L = \{1^{3n} | n \geq 1\}.$$

*Nije poznato gdje se na početku nalazi glava stroja.*

