

1. Zadatak Da li je jezik $L = \{1^{2^n} : n \geq 0\}$ regularan?

Rješenje:

Pretpostavimo da je jezik regularan. Tada zadovoljava lemu o pumpanju za regularne jezike. Neka je $n \in \mathbb{N}$ kao u lemi o pumpanju i neka je $\omega \in L, |\omega| = 2^n$. Budući je $|\omega| = 2^n \geq n, \forall n \in \mathbb{N}$, ostaje provjeriti pumpanje tj. tražimo x, y, z t.d. je $\omega = xyz$ i

$$\begin{aligned} |y| &> 0 \\ |xy| &\leq n \\ \forall i \in \mathbb{N} &\Rightarrow xy^i z \in L \end{aligned}$$

Odaberimo x, y i z proizvoljno. Tada je $|xyz| = 2^n$, no sada radi uvjeta $|xy| \leq n$, najbolje što možemo odabrati za y je $|y| = n$. No tada za prvi korak pumpanja imamo:

$$|xy^2z| = |xyz| + |y| \leq 2^n + n < 2^{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}$$

drugim riječima, $xy^2z \notin L$.

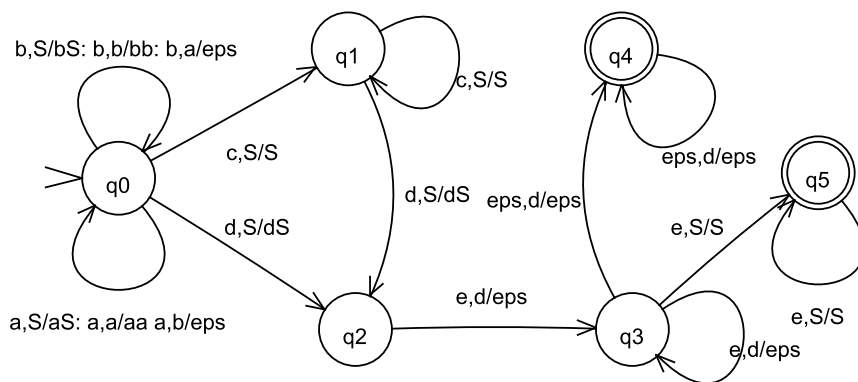
Jezik nije regularan jer ne zadovoljava lemu o pumpanju za regularne jezike.

Q.E.D

2. Zadatak Neka je $K = \{\omega \in (a+b)^{2^n} : |\omega|_a = |\omega|_b, n \in \mathbb{N}\}$, i neka je $L = \{\omega c^* d^m e^o : \omega \in K, m \geq 1, o \geq 1, m \neq o\}$. Konstruirajte PDA koji prepoznaje jezik L i prihvća ulaz završnim stanjem.

Rješenje:

Skicirajmo rješenje:



Sada napravimo formalni zapis PDA uz objašnjenja:

Stanje q_0 se brine za to da $|\omega|_a = |\omega|_b$

$\langle q_0, a, S, q_0, aS \rangle$

$\langle q_0, a, a, q_0, aa \rangle$

$\langle q_0, a, b, q_0, \epsilon \rangle$

$\langle q_0, b, S, q_0, bS \rangle$

$\langle q_0, b, b, q_0, bb \rangle$

$\langle q_0, b, a, q_0, \epsilon \rangle$

$\langle q_0, c, S, q_1, S \rangle \dots$ ukoliko je stog prazan, prebrojavamo c

$\langle q_0, d, S, q_2, dS \rangle \dots$ ali može biti i bez c jer imamo c^*

Stanje q_1 prebrojava c -ove i ukoliko očita d , prelazi u stanje q_2

$\langle q_1, c, S, q_1, S \rangle$

$\langle q_1, d, S, q_2, dS \rangle$

Stanje q_2 prebrojava d -ove stavljajući ih na stog

$\langle q_2, d, d, q_2, dd \rangle$

$\langle q_2, e, d, q_3, \epsilon \rangle$

Stanje q_3 prebrojava e -ove brišući d -ove sa stoga

$\langle q_3, e, d, q_3, \epsilon \rangle$

$\langle q_3, \epsilon, d, q_4, \epsilon \rangle \dots$ čitanjem e -ova dodjemo do ϵ znači da ima više d -ova

$\langle q_3, e, S, q_5, S \rangle \dots$ čitanjem e -ova dodjemo do S znači da ima više e -ova

Stanje q_4 je završno i označava da imamo više d -ova ($m > o$)

$\langle q_4, \epsilon, d, q_4, \epsilon \rangle$

Stanje q_5 je završno i označava da imamo više e -ova ($m < o$)

$\langle q_5, e, S, q_5, S \rangle$

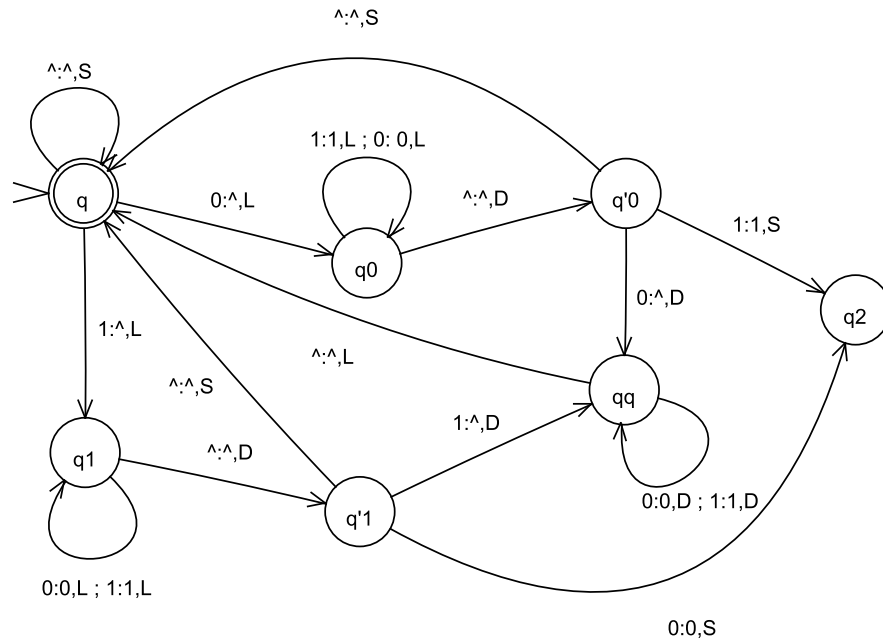
Q.E.D

3. Zadatak Konstruirajte Turingov stroj koji provjerava da li je riječ nad abecedom $\Sigma = \{0, 1\}$ palindrom. Pretpostavimo na se glava TS nalazi na skroz desnom slovu riječi te da je riječ "ograničena" praznim znakovima.

Rješenje:

Primjetimo da riječ može biti prazna, sadržavati samo jedan znak abecede ili uistinu biti palindrom.

Opis rada Turingovog stroja: Ideja rada stroja bazira se na tome da se pročita jedan znak sa ruba trake, obriše se, i zapamti koji znak je očitao, te se po traci pomaknemo do drugog kraja trake. Ukoliko je očitao isti znak, znak se briše i postupak se nastavlja ispočetka. Ukoliko u i jednom



od prethodno opisanih koraka stroj očita nešto što jezik ne predviđa, stroj prelazi u stanje q_2 koje ima ulogu "koša za smeće" i stroj staje.

Stanje q_0 je završno stanje jer stroj mora prihvaćati i praznu traku.

Q.E.D