

Zadatak:

Neka je funkcija $g : N^3 \rightarrow N$ primitivno rekurzivna funkcija. Definiramo funkciju $f : N^3 \rightarrow N$ sa $f(x, y, z) = \sum_{i=0}^x g(i, y, z)$ za $x, y, z \in N$. Dokaži da je funkcija f primitivno rekurzivna.

Rješenje:

Definiramo funkcije:

$F : N^2 \rightarrow N$ sa

$$F(y, z) = g(0, y, z)$$

$G : N^4 \rightarrow N$ sa

$$G(a, x, y, z) = a + g(x + 1, y, z)$$

Sada je:

$$F(y, z) = g(0, y, z) = g(Z(y, z), f_1^2(y, z), f_2^2(y, z))$$

gdje su:

$Z : N^2 \rightarrow N$, $Z(y, z) = 0$ nul funkcija

$f_i^2 : N^2 \rightarrow N$, $i = 1, 2$, $f_1^2(y, z) = y$, $f_2^2(y, z) = z$ projekcija na i -tu koordinatu.

Funkcije g, Z, f_1^2, f_2^2 su primitivno rekurzivne funkcije, pa je i funkcija F , kao njihova kompozicija, primitivno rekurzivna.

$$\begin{aligned} G(a, x, y, z) &= a + g(x + 1, y, z) = a + g(S(x), y, z) = \\ &= a + g((S \circ f_2^4)(a, x, y, z), f_3^4(a, x, y, z), f_4^4(a, x, y, z)) \end{aligned}$$

gdje je:

$S : N \rightarrow N$, $S(x) = x + 1$ funkcija sljedbenik.

Funkcije $g, S \circ f_2^4, f_3^4, f_4^4$ su primitivno rekurzivne, pa je G , kao zbroj primitivno rekurzivnih funkcija, također primitivno rekurzivna.

Sada imamo:

$$f(0, y, z) = g(0, y, z) = F(y, z)$$

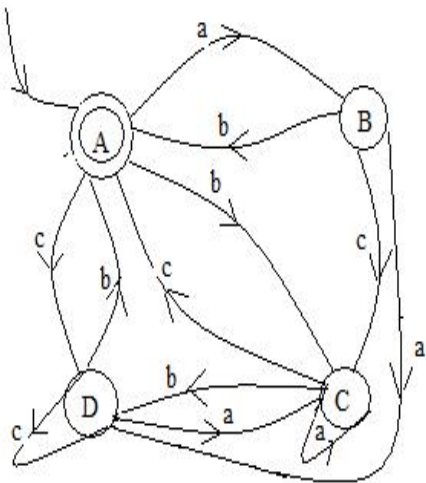
$$f(x + 1, y, z) = f(x, y, z) + g(x + 1, y, z) = G(f(x, y, z), x, y, z)$$

Funkcija f je dobivena primitivnom rekurzijom funkcija F i G , pa je f primitivno rekurzivna funkcija.

Zadatak:

Za dani DKA pronađi desno linearnu gramatiku koja generira jezik koji automat prepoznaje.

DKA:



Rješenje:

$$A \rightarrow aB \mid bC \mid cD \mid \epsilon$$

$$B \rightarrow bA \mid cC \mid aD$$

$$C \rightarrow cA \mid aC \mid bD$$

$$D \rightarrow bA \mid aC \mid cD$$